

第七届小学希望杯全国数学邀请赛



五年级 第1试 详解

1. 计算： $0.\dot{3} - 0.0\dot{3} - 0.00\dot{3} =$ _____。（结果写成分数形式）

【考点】循环小数

【答案】 $\frac{89}{300}$

【解析】原式 $= \frac{1}{3} - \frac{1}{30} - \frac{1}{300} = \frac{89}{300}$ 。

2. 计算： $100 \div 1.2 \times 3 \div \frac{5}{6} \times 1\frac{4}{15} =$ _____。

【考点】分数乘除

【答案】380

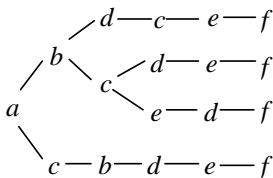
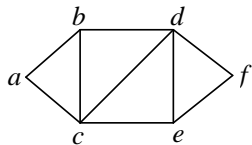
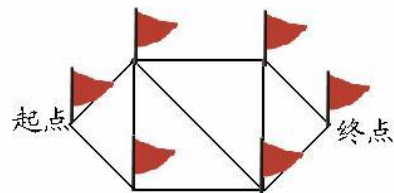
【解析】原式 $= 100 \times \frac{5}{6} \times 3 \times \frac{6}{5} \times \frac{19}{15} = 380$ 。

3. 如图，从起点走到终点，要求取出每个站点上的旗子，并且每个站点只允许通过一次，有_____种不同的走法。

【考点】分类枚举

【答案】4

【解析】给这些点依次标上字母(如左图)，然后采用枚举法(如右图)：



共 4 种不同的走法。

4. 三个数：23，51，72，各除以大于 1 的同一个自然数，得到同一个余数，则这个除数是_____。

【考点】同余

【答案】7

【解析】 $51 - 23 = 28$ ， $72 - 51 = 21$ ， $(28, 21) = 7$ ，所以这个除数是 7。

5. 有 2 克、5 克、20 克的砝码各 1 个，只用砝码和一架已经调节平衡了的天平，能称出_____种不同的质量。

【考点】分类计数

【答案】13

【解析】第一大类：砝码只放一边，共有 $C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 3 + 3 + 1 = 7$ （种）；

第二大类：两边都放砝码，再分类：两边各放一个，共有 C_3^2 种；一边放两个一边放一个有 C_3^1 或者

C_3^2 种，所以这一大类共有 $C_3^2 + C_3^1 = 3 + 3 = 6$ （种）。

根据加法原理，共能称出 $7 + 6 = 13$ （种）不同的质量。

6. 下表是某商品的销售计划，请在空格内填入恰当的数字。

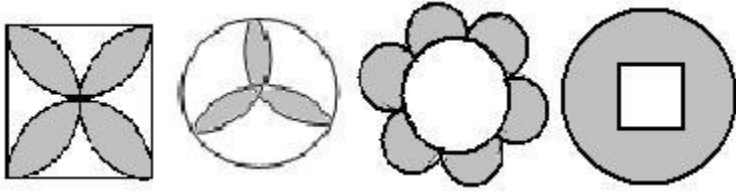
××商品销售计划				
进价（元/件）	销售方式	售价（元/件）	利润率（%）	利润（元/件）
	原价	1800	20	
	九折			

【考点】应用题

【解析】如下表，按编号顺序依次计算填写：

XX商品销售计划				
进价(元/件)	销售方式	售价(元/件)	利润率(%)	利润(元/件)
1800 ÷ (1 + 20%) = 1500	原件	1800	20	(2) 1800 - 1500 = 300
	九折	(1) 1800 × 0.9 = 1620	(3) 120 ÷ 1500 × 100 = 8	(2) 1620 - 1500 = 120

7. 中心对称图形是：绕某一点旋转 180° 后能和原来的图形重合的图形，轴对称图形是：沿着一条直线对折后两部分完全重合的图形，图的 4 个图形中，既是中心对称图形又是的轴对称图形的有_____个。



【考点】图形对称

【答案】3

【解析】共有 3 个，除第二个外其余都是。

8. 如图，小明做减法时看错了减数，这个减数应当是_____。



【考点】差倍问题

【答案】10.5

【解析】假设这个式子是 $a-b$ ，因为小明做的结果比正确结果大，所以他肯定是将 b 看小了。

于是根据题意有， $(a-\frac{b}{10})-(a-b)=9.45$ ，化简得 $\frac{9}{10}b=9.45$ ，解得 $b=10.5$ 。

即这个减数应当是 10.5。

9. 已知 $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}$ ，则 A 的整数部分是_____。

【考点】估算

【答案】2

【解析】 $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} > 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8} = 2\frac{4}{8}$ ；

$A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} = 1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} < 2+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 3$ 。

所以 A 的整数部分是 2。

10. 小羽和小曼分别住在一座山两侧的山脚下，一天，小羽在上午 9:00 从家里出发到小曼家做客，小羽在小曼家玩了 2 个半小时后回家，到家时是下午 14:00，若小羽上山每小时走 2 里地，下山每小时走 3 里地，则小羽家和小曼家之间的山路长_____里。

【考点】行程——平均速度

【答案】3

【解析】采用整体考虑的思想。小羽上山和下山都正好走了到小曼那么长的路程，设小羽和小曼家之间的

山路长为 S 里，则有 $\frac{S}{2} + \frac{S}{3} = 14 - 9 - 2.5 = 2.5$ ，解得 $S = 3$ 。

11. 今年，小军和小勇的年龄的比是 3:5，两年后，两人的年龄的比是 2:3，那么，小军今年_____岁，小勇今年_____岁。

【考点】年龄应用题

【答案】6、10

【解析】两年后，两人的年龄比是 2:3，也即 4:6，跟现在的年龄比 3:5 相比正好每个人都增加了 1 份，说明 1 份正好是 2 年，所以，小军今年是 $2 \times 3 = 6$ （岁），小勇今年是 $2 \times 5 = 10$ （岁）。

另：本题还可用方程解。

12. 一只蚂蚁“侦察兵”在洞外发现了食物，它立刻回到蚁穴通知同伴，假设一只蚂蚁在 1 分钟内可以把消息传达给 4 个同伴，那么，不超过_____分钟，蚁穴里的全部 2000 只蚂蚁都知道了这个消息。（结果取整数）

【考点】数列规律

【答案】5

【解析】一只蚂蚁在 1 分钟内可以把消息传达给 4 个同伴，则每过 1 分钟，知道消息的蚂蚁数会增加为原来的 5 倍。1 分钟后知道消息的蚂蚁数：5 只；2 分钟后知道消息的蚂蚁数：25 只；3 分钟后知道消息的蚂蚁数：125 只；4 分钟后知道消息的蚂蚁数：625 只；5 分钟后知道消息的蚂蚁数：625 × 5 只。625 × 5 的答案并不需要算出来，简单估算下肯定大于 2000 了。所以答案为 5 分钟。

13. 如图，李明和王亮以不同的方式赛跑，最终获胜的是_____。



【考点】行程——平均速度

【答案】王亮

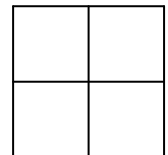
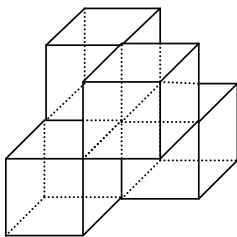
【解析】李明两个速度跑的路程一样,显然 10 千米/时的速度用的时间多,也就是慢的速度跑的时间多,而王亮两种速度用的是一样的时间,显然王亮将获胜。

14. 用若干个棱长为 1 的小正方体铁块焊接成的几何体,从正面,侧面,上面看到的视图均如图所示,那么这个几何体至少由_____个小正方体铁块焊接而成。

【考点】立体图形三视图

【答案】4

【解析】结构如下图:



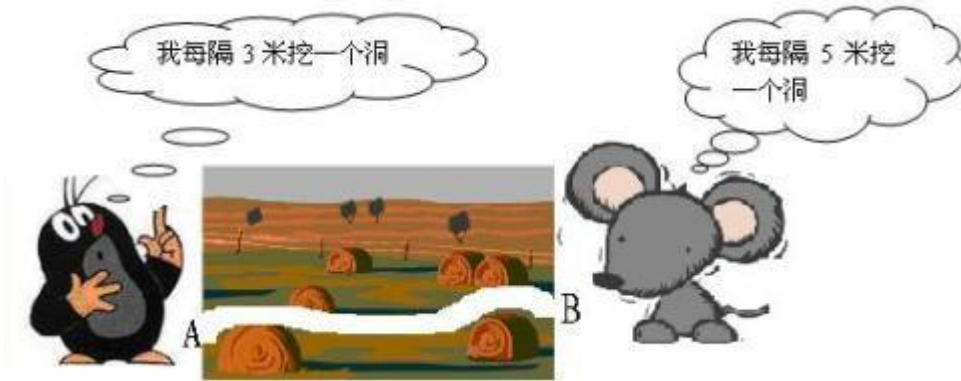
15. 若长方体的三个侧面的面积分别是 6, 8, 12, 则长方体的体积是_____。

【考点】立体图形体积

【答案】24

【解析】设长方体的长宽高分别为 a 、 b 、 c , 则有 ab 、 bc 、 ca 的值分别为 6, 8, 12. 可得长方体的体积的平方 $= (abc)^2 = ab \times bc \times ca = 6 \times 8 \times 12 = 24^2$, 所以此长方体的体积为 24.

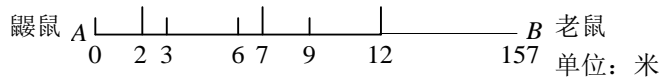
16. 如图，鼹鼠和老鼠分别从长 157 米的小路两端 A, B 开始向另一端挖洞，老鼠对鼹鼠说：“你挖好后，我再挖。”这样一来，由于老鼠原来要挖的一些洞恰好也是鼹鼠要挖的洞，所以老鼠可以少挖_____个洞。



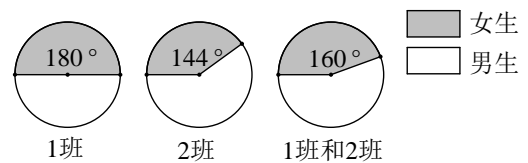
【考点】数论——约倍问题

【答案】10

【解析】因为 157 除以 5 的余数是 2，可得下图，由图中很明显可知，鼹鼠和老鼠重合的第一个洞在距离 A 点 12 米处。因为 $[3, 5] = 15$ ， $(157 - 12) \div 15 = 145 \div 15 = 9 \cdots 10$ ，所以，老鼠和鼹鼠要挖的洞里重合的有 $9 + 1 = 10$ (个)。



17. 如图是 1 班和 2 班的男生和女生的人数统计图，已知两个班的人数都不少于 30，也不多于 40，则 1 班有_____名学生，2 班有_____名学生。



【考点】统计应用题

【答案】32、40

【解析】由统计图可知，1 班女:男=1:1；2 班女:男=2:3；1 班和 2 班女:男=4:5。

为将每份的学生数化统一，将 1 班女:男比例写成 2:2。

因为两个班的总人数在 60~80 之间(包含两端)，而总人数的份数为 $4 + 5 = 9$ (份)，那么总人数只有两种可能，总人数为 63 人或 72 人。

如果总人数为 63 人，则每份有 7 人，1 班有 $7 \times (2 + 2) = 28$ (人)，不符合条件，舍去。

如果总人数为 72 人，则每份有 8 人，1 班有 $8 \times (2 + 2) = 32$ (人)，2 班有 $8 \times (2 + 3) = 40$ (人)。

所以 1 班有 32 名学生，2 班有 40 名学生。

18. 工厂生产一批产品，原计划 15 天完成，实际生产时改进了生产工艺，每天生产产品的数量比原计划每天生产产品数量的 $\frac{5}{11}$ 多 10 件，结果提前 4 天完成了生产任务，则这批产品有_____件。

【考点】分数应用题

【答案】165

【解析】设工厂原计划每天生产产品 x 件，则改进生产工艺后每天生产产品的数量为 $\frac{5}{11}x + 10$ 件。

根据题意有 $15x = \left(\frac{5}{11}x + 10\right) \times 11$ ，解得 $x = 11$ 。所以这批产品共有 $11 \times 15 = 165$ （件）。

19. 一辆汽车以不变的速度在行驶，司机看了三次里程表，如图所示，由此可知汽车每小时行驶_____千米。



【考点】数论——位值原理

【答案】45

【解析】汽车每小时行驶的路程 = $\overline{yx} - \overline{xy} = 10y + x - 10x - y = 9y - 9x$;

又有汽车每小时行驶的路程 = $(\overline{x0y} - \overline{xy}) \div 2 = (100x - 10x) \div 2 = 45x$ 。

于是有 $9y - 9x = 45x$ ，即 $y = 6x$ 。

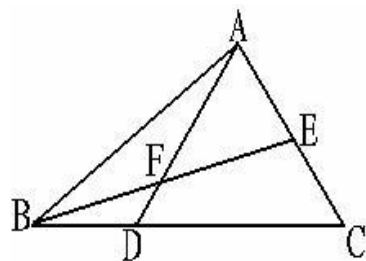
又根据题意可知 x 、 y 肯定是 $0 \sim 9$ 的整数，且不同为 0，所以，只能是 $x = 1$ ， $y = 6$ 。

所以汽车每小时行驶 45 千米。

20. 如图，三角形 BAC 的面积是 1，E 是 AC 的中点，点 D 在 BC 上，且 $BD:DC = 1:2$ ，AD 与 BE 交于点 F，则四边形 DFEC 的面积等于_____。

【考点】几何——共边模型

【答案】 $\frac{5}{12}$



【解析】题中条件只有三角形面积给出具体数值，其他条件给出的实际上是比例的关系，由此我们可以初步判断这道题不应该通过面积公式求面积。又因为阴影部分是一个不规则四边形，所以我们需要对它进行改造，那么我们需要连一条辅助线，

方法一：连接 CF，因为 $AE=EC$ ， $DC=2BD$ ，三角形 ABC 的面积是 1，



$$\text{所以 } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}, S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{根据燕尾定理, } \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ACF}} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}, \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle CBF}} = \frac{AE}{EC} = 1,$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABF} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4}, S_{\triangle AFE} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4},$$

$$\text{所以阴影部分的面积分面积是 } 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}.$$

$$\text{方法二：连接 DE, 由题目条件可得到 } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3},$$

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}, \text{ 所以 } \frac{BF}{FE} = \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{1}{1},$$

$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle DEB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{12},$$

$$\text{而 } S_{\triangle CDE} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}. \text{ 所以阴影部分的面积为 } \frac{5}{12}.$$